MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
LYCEE Joseph AMBOUROUE-AVARO
Tél : 55 21 73 FAX : 55 12 02 BP : 236 PORT-GENTIL

REPUBLIQUE GABONAISE
****
UNION – TRAVAIL – JUSTICE

BAC BLANC n° 1 février 2011
Epreuve de MATHEMATIQUES

Série : A1
Durée : 3 heures
Coefficient : 4

EXERCICE 1 (5 points)

1°) Soit P le polynôme défini par :
$$P(x) = 2x^3 + x^2 - 13x + 6.$$
a) Calculer P(2). En déduire une factorisation P.
b) Résoudre dans IR l'équation : $P(x) = 0$.
c) Etudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x.

2°) En déduire les solutions dans IR des équations et inéquations suivantes :
a) $2\ln x + \ln(2x + 1) = \ln(13x - 6)$;
b) $2(\ln x)^3 + (\ln x)^2 - 13\ln x + 6 = 0$;
c) $\ln(2x^2 + x) \leq \ln(13x - 6) - \ln x$;
d) $\ln(x^2 - 4) - \ln 5 > \ln(x - 2) - \ln(2x + 1)$.

EXERCICE 2 (4 points)

Une urne contient 2 boules blanches, 3 boules vertes et 4 boules roses indiscernables au toucher.

1°) On tire au hasard et simultanément **3** boules de l'urne.
a) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
b) Combien y a-t-il de tirages contenant 2 boules roses ?
c) Combien y a-t-il de tirages contenant 2 boules de même couleur ?
d) Combien y a-t-il de tirages contenant au moins 2 boules blanches ?
e) Combien y a-t-il de tirages contenant une boule de chaque couleur ?

2°) On tire au hasard et successivement sans remise **2** boules de l'urne.
a) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
b) Combien y a-t-il de tirages unicolores ?
c) Combien y a-t-il de tirages contenant une boule verte ?

PROBLEME (11 points)

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par :
$$f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)\ln x.$$
On note $(\mathscr{C})$ la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I J) d'unité graphique 1cm

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par :
$$g(x) = x + 1 - \ln x.$$
1°) a) Calculer $g'(x)$
b) En déduire le sens de variation de g.
c) Dresser le tableau de variation de g.
(*Les limites de g ne sont pas demandées*)
2°) a) Déterminer le signe de $g(x)$.

Partie B

1°) a) Calculer la limite de f en $+\infty$.
b) Calculer la limite de f en 0.
En déduire une interprétation graphique du résultat obtenu.

2°) Soit (Γ) la représentation graphique de la fonction ln dans le repère (O, I, J).
a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - \ln x)$.
b) Que peut-on en déduire ?
c) Etudier la position de $(\mathscr{C})$ par rapport à (Γ).

3°) a) Calculer la fonction dérivée f' de f et vérifier que pour tout x de $]0 ; +\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
b) En déduire le sens de variation de f.
c) Dresser le tableau de variation de f.

4°) Calculer $f(1)$ et en déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

5°) a) Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 1.
b) Construire avec soin la tangente (T) et les courbes (Γ) et $(\mathscr{C})$ dans le repère (O, I, J).

6°) Soit F la primitive de f sur $]0 ; +\infty[$, qui prend la valeur -1 en 1.
a) Parmi les affirmations suivantes, laquelle est vraie ?
- Pour tout $x > 0$, $f'(x) = F(x)$;
- Pour tout $x > 0$, $f(x) = F'(x)$.

b) Etudier le sens de variation de F.
(*On pourra utiliser les résultats de la questions 4°)*)
c) Montrer que $F(x) = x\ln x - x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$.

MINISTERE DE L'EDUCATIONATIONALE

REPUBLIQUE GABONAISE

DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT SCOLAIRE ET NORMAL

Union-Travail-Justice

DIRECTION D'ACADEMIE PROVINCIALE DE L'OGOOUE MARITIME

PORT- GENTIL

BAC BLANC COMMUNAL Avril 2011

Epreuve de MATHEMATIQUES

Série : B Coef : 3 Durée : 3h

EXERCICE 1 (4 points)

MAMA MADO dispose de 2 bassines. La première bassine contient 10 carpes et 6 machoirons ; la deuxième contient 6 carpes et 6 machoirons.

1. On s'intéresse à la première bassine : on tire au hasard et simultanément 2 poissons de cette bassine.

a) Calculer la probabilité de l'événement suivant : F : «les 2 poissons tirés sont de même espèce»

b) Déterminer l'événement $\overline{F}$ et calculer p($\overline{F}$), la probabilité de $\overline{F}$.

2. On choisit une des 2 bassines au hasard, puis on tire un poisson, et on considère les événements suivants :

A : «La première bassine a été choisie» ;

$\overline{A}$: «La deuxième bassine a été choisie» ;

C : «Le poisson tiré est une carpe»

M : «Le poisson tiré est un machoiron»

a) Construire un arbre pondéré correspondant à la situation.

b) Calculer les probabilités suivantes : p(A) ; p ($\bar{A}$) ; p (M/A) ; p (M/$\bar{A}$)

c). Calculer la probabilité p(M). En déduire la probabilité p(C).

EXERCICE 2 (5points)

Un salarié a placé, à la date du 1^{er} janvier **2011**, une somme de **100000** FCFA, sur un compte d'épargne d'une banque commerciale locale, au taux d'intérêt de **5%** par an. Les intérêts sont cumulés et versés le 1^{er} Janvier de toutes les années suivantes. Par ailleurs la banque lui retire chaque année, une somme forfaitaire de **500** FCFA au titre de frais de gestion du compte.

On note C_0 la somme déposée au départ, et C_n le capital acquis au 1^{er} Janvier de l'année **(2011+n).**

1. Montrer que le capital acquis au 1^{er} Janvier **2012** sera de **104500** FCFA. Quel sera le capital acquis au 1^{er} Janvier **2013** ?

2. Montrer que $C_{n+1} = 1,05C_n - 500$.

3. Soit (V_n), la suite définie pour tout entier naturel n par $V_n = C_n - 10000$. Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

4. Donner l'expression de V_n en fonction de n et en déduire l'expression de C_n en fonction de n.

5. De quelle somme le salarié disposera-t-il au 1^{er} Janvier **2020** s'il ne retire rien avant cette date ?

6. Au bout de combien d'années la capital initial aura- t- il doublé ?

PROBLEME *(11 points)*

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $f(x) = (2 - x)\ln x + x$.
Le but du problème est l'étude de la fonction f. On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O ;\vec{\imath} ;\vec{\jmath})$. (unité graphique 2 cm).

PARTIE A *Etude d'une fonction auxiliaire*

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{2}{x} - \ln x$

1°) Déterminer les limites de g en 0, puis en $+\infty$

2°) Soit g' la fonction dérivée de g, déterminer g'(*x*) puis vérifier que $g'(x) = \frac{-x-2}{x^2}$.

3°) Etudier les variations de g, puis dresser son tableau de variation.

a°) Montrer qu'il existe un unique réel strictement positif α tel que $g(\alpha) = 0$.

b) Etablir que $2,3 < \alpha < 2,4$.

c) En déduire le signe de g(*x*) suivant les valeurs de *x*.

PARTIE B *Etude de la fonction f.*

1°) a) Déterminer la limite de f en 0 et interpréter le résultat.

b) Vérifier que pour tout $x > 0$, on a : $f(x) = x\left(\frac{2\ln x}{x} - \ln x + 1\right)$. En déduire la limite de f en $+\infty$.

(On rappelle que $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$).

2°) a) En utilisant le fait que $g(\alpha)=0$, établir que $\ln x = \frac{2}{\alpha}$. En déduire que fα) $= \alpha - 2 + \frac{4}{\alpha}$.

b) Donner une valeur décimale de f(2,35) à 10^{-2} *près*.

3°) Soit f' la fonction dérivée de f, montrer que f'(*x*)=g(*x*).

4°) Dresser le tableau de variation de f.

5°) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 1.

6°) Tracer (T) et (C_f). On prendra $\alpha \cong 2,35$.

PARTIE C *Détermination d'une primitive.*

Soit h la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $h(x) = -\frac{1}{2}x^2\ln x + 2x\ln x + \frac{3}{4}x^2 - 2x$.

1°) Calculer h'(*x*).

2°) En déduire la primitive F de f sur l'intervalle $]0; +\infty[$, qui s'annule en 1.